เฉลย Exercise 2 – คำนวณความน่าจะเป็นพื้นฐาน

1. ลดรูปฟังก์ชัน Boolean ต่อไปนี้

$$\boldsymbol{G = (A \cup B \cup C) \cap (\overline{A \cap \overline{B} \cap \overline{C}}) \cap \overline{C}}$$

ถ้า Pr(A) = Pr(B) = Pr(C) = 0.9 แล้ว จงคำนวณ Pr(G)

$$(A \cup B \cup C) \cap \overline{(A \cap \overline{B} \cap \overline{C})} \cap \overline{C}$$

$$(A + B + C)\ \overline{\left(A \bullet \overline{B} \bullet \overline{C}\right)} \bullet \overline{C}$$

$$(A + B + C)\ (\overline{A} + B + C) \bullet \overline{C} \qquad \text{de Morgan's Theorem}$$

Distribution Law

$$(A + B + C)\left[(\overline{A} \bullet \overline{C}) + (B \bullet \overline{C}) + (C \bullet \overline{C})\right]$$

$$(A + B + C)\left[(\overline{A} \bullet \overline{C}) + (B \bullet \overline{C})\right] \qquad \text{Complementation Law}$$

$$A \bullet \overline{A} \bullet \overline{C} + A \bullet B \bullet \overline{C} + \overline{A} \bullet B \bullet \overline{C} + B \bullet B \bullet \overline{C} + \overline{A} \bullet \overline{C} \bullet C + B \bullet C \bullet \overline{C} \qquad \text{Complementation Law}$$

$$A \bullet B \bullet \overline{C} + \overline{A} \bullet B \bullet \overline{C} + B \bullet B \bullet \overline{C} \qquad \text{Idempotent Law}$$

$$A \bullet B \bullet \overline{C} + \overline{A} \bullet B \bullet \overline{C} + B \bullet \overline{C} \qquad \text{Distribution Law}$$

$$B \bullet \overline{C}\ (A + \overline{A}) + B \bullet \overline{C} \qquad \text{Complementation Law}$$

$$B \bullet \overline{C}\ (\Omega) + B \bullet \overline{C}$$

$$B \bullet \overline{C}\ (1) + B \bullet \overline{C}$$

$$B \bullet \overline{C} + B \bullet \overline{C} \qquad \text{Idempotent Law}$$

$$G = B\,\overline{C}$$

$$\Pr(G) = \Pr(B)\Pr(\overline{C})$$

$$\Pr(G) = (0.9)(0.1)$$

$$\Pr(G) = 0.09$$

**2. ให้ P = 0.006 คือความน่าจะเป็นที่เครื่องยนต์ของเครื่องบินจะเสียหายระหว่างการบินของเครื่องบินหนึ่งระหว่างสองเมือง จงหาความน่าจะเป็นของ**

ได้ว่า n = 1000, p = 0.006 และ x = 0, 1, 2

จาก

$$\Pr(x) = {}_nC_x \; p^x \, q^{n-x}$$

$$\Pr(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

ดังนั้น

$$\Pr(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

**a. เครื่องยนต์ไม่เสียหายในการบิน 1000 ครั้ง**

$\Pr(x = 0) = 1\ (0.006)^0\ (0.994)^{1000} = 1\ (1)\ (2.43E\text{-}3) = 2.43E\text{-}3$

**b. เครื่องยนต์เสียหายอย่างน้อย 1 ครั้ง ใน 1000 ครั้ง**

$\Pr(x \geq 1) = 1 - \Pr(x = 0) = 1 - 2.43E\text{-}3 = 0.9976$

**c. เครื่องยนต์เสียหายอย่างน้อย 2 ครั้ง ใน 1000 ครั้ง**

$\Pr(x \geq 2) = 1 - \Pr(x < 2) = 1 - \Pr(x = 0) - \Pr(x = 1)$

$\Pr(x = 1) = 1000\ (0.006)^1\ (0.994)^{999} = 0.0147$

$\Pr(x \geq 2) = 1 - 2.43E\text{-}3 - 0.0147 = 0.9829$

**3. เครื่องกังหันผลิตไฟฟ้ามีโอกาสเสียหายไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับสภาพของเครื่อง โดยสภาพของเครื่องแบ่งออกเป็น ดี (good) พอใช้ (acceptable) และ แย่ (poor) ซึ่งมีความน่าจะเป็นที่เกิดความเสียหายดังนี้**

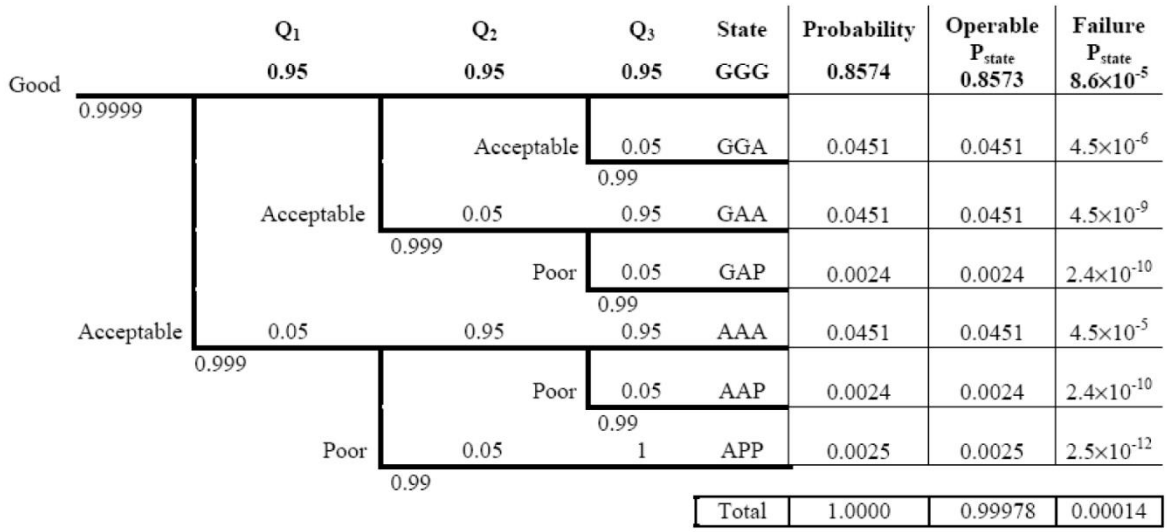
$$P(\text{failure} \mid \text{good}) = 0.0001$$

$$P(\text{failure} \mid \text{acceptable}) = 0.001$$

$$P(\text{failure} \mid \text{poor}) = 0.01$$

**ฝ่ายเทคนิคศึกษาแล้วได้โมเดลว่า ถ้าเมื่อสิ้นสุดไตรมาส (quarter) สถานะของเครื่องอยู่ที่ good และ acceptable ความน่าจะเป็นที่สถานะจะเป็นเหมือนเดิมคือ 0.95 ความน่าจะเป็นที่จะเสื่อมสถานะลง คือ 0.05 (จาก good เป็น acceptable และจาก acceptable เป็น poor) และถ้าสถานะคือ poor ก็จะเป็น poor ต่อไป จงหาความน่าจะเป็นที่เครื่องจะไม่เสียหายในสาม quarter ต่อไป**

| สถานะ | เสียหาย | ใช้ได้ |
|---|---|---|
| Pr (failure \| good) | 0.0001 | 0.9999 |
| Pr (failure \| acceptable) | 0.001 | 0.999 |
| Pr (failure \| poor) | 0.01 | 0.99 |
| ความน่าจะเป็นที่จะเสื่อมสถานะหลังไตรมาส | 0.05 | 0.95 |




Answer

| State | Probability Does Not Fail |
|---|---|
| Good | 0.8573 |
| Acceptable | 0.1353 |
| Poor | 0.0072 |